

ÍNDICE

CAPÍTULO 4

DERIVADAS Y FUNCIONES DERIVABLES	1
4.1. Introducción	1
4.2. FUNDAMENTOS PREVIOS.....	1
4.2.1. Infinitésimos.....	5
4.2.2. Operaciones con Infinitésimos	6
4.2.3. Cociente de Infinitésimos	6
4.3. Relación de incrementos.....	7
4.4. Derivada de una función.....	9
4.5. Interpretación Geométrica de la Derivada.....	12
4.6. Derivabilidad y Continuidad	16
4.7. Derivadas de las Funciones Algebraicas	19
4.8. Derivada de una Función Compuesta.....	22
4.9. Derivada de una Función Inversa	25
4.10. Derivadas de Funciones Trascendentes	28
4.10.1. Funciones Circulares Directas	28
4.10.2. Derivadas de Funciones Circulares Inversas	35
4.10.3. Derivada de la Función Exponencial.....	39
4.10.4. Derivada de la Función Logaritmo.....	43
4.11. Aplicaciones: Modelación Matemática.....	46
Ejercicios y Problemas Resueltos.....	50
Ejercicios Propuestos	68

CAPÍTULO 5

DERIVADAS SUCESIVAS Y DIFERENCIALES DE ORDEN SUPERIOR.....	70
5.1. Introducción	70
5.2. Derivada de Orden Superior.....	70
5.3. El Diferencial de una Función Derivable.....	75
5.3.1. Interpretación Geométrica de la Diferencial	76
5.4. Regla General de la Diferenciación	77

5.4.1.	Expresión de la Derivada como Cociente de Diferenciales	79
5.4.2.	Estimación del Error	80
5.4.2.1.	Error propagado	80
5.5.	Diferenciales Sucesivas	82
5.6.	Derivación de Funciones dadas implícitamente	84
5.6.1.	Derivadas de Primer Orden de las Funciones Implícitas.....	85
5.7.	Ecuaciones Paramétricas	91
5.7.1.	Curvas en Forma Paramétrica	91
5.7.2.	Derivación Paramétrica.....	93
5.7.3.	Interpretación Geométrica de Curvas en Forma Paramétrica.....	94
5.8.	Derivada Paramétrica de Orden Superior	97
5.9.	Aplicaciones: Modelación Matemática.....	99
	Ejercicios Resueltos	105
	Ejercicios Propuestos	123

CAPÍTULO 6

APROXIMACIÓN DE FUNCIONES 126

6.1.	Introducción.....	126
6.2.	Máximos y Mínimos de una Función	126
6.3.	Teoremas Fundamentales	128
6.4.	Aproximaciones de Funciones mediante Polinomios.....	140
6.4.1.	Fórmula de Taylor con Resto de Lagrange.....	143
6.4.1.1.	Cota Superior del Error	145
6.4.2.	Cálculo de Funciones por Maclaurin.....	148
6.4.3.	Cálculo de Funciones por Taylor	153
6.4.4.	Aproximación Cuadrática: Curvatura	154
6.4.4.1.	Parábola Osculatriz de una Curva.....	154
6.4.4.2.	Círculo Osculador y Curvatura.....	156
6.4.5.	Curvatura de Curvas Usuales	157
6.5.	Aplicaciones: Modelación Matemática.....	158
	Ejercicios Resueltos	164
	Ejercicios Propuestos	174

CAPÍTULO 7

APLICACIONES DE LAS DERIVADAS 177

7.1.	Introducción	177
7.2.	Variación de Funciones	177
7.3.	Concavidad de una Curva	180
7.4.	Regla Práctica para Graficación.....	182
7.5.	Problemas de Máximo y Mínimo: Optimización	185
7.6.	La Derivada como Razón de Variación.....	187
7.7.	Razones de Cambio Relacionadas.....	189
7.8.	Aplicaciones: Modelación Matemática	190
7.8.1.	Aplicaciones Geométricas	190
7.8.2.	Movimiento Rectilíneo.....	196
7.8.3.	Generalización del Concepto de Velocidad	199
7.9.	Transición de las Derivadas a Ecuaciones Diferenciales	200
7.10.	Aplicaciones a la Ingeniería y Ciencias	203
7.10.1.	Ingeniería Mecánica	203
7.10.2.	Ingeniería de Control y Robótica.....	205
7.10.3.	Ingeniería Eléctrica – Electrónica	207
7.10.4.	Ingeniería Civil	210
7.10.5.	Química y Procesos.....	212
7.10.6.	Medio Ambiente.....	214
7.10.7.	Medicina – Biología	216
7.10.8.	Economía y Negocios	218
7.10.8.1.	Análisis Marginal	218
7.10.8.2.	Ecuación de demanda: función ingreso total, ingreso marginal y ganancia.....	220
	Ejercicios Resueltos.....	223
	Ejercicios Propuestos	246

CAPÍTULO 8

FUNCIONES HIPERBÓLICAS Y FORMAS INDETERMINADAS 251

8.1.	Funciones Hiperbólicas	251
8.1.1.	Identities Hiperbólicas	254
8.1.2.	Relaciones entre las funciones Hiperbólicas y las Trigonométricas	256
8.2.	Derivadas de las Funciones Hiperbólicas	256
8.3.	Funciones Hiperbólicas Inversas	258

8.3.1.	Relaciones entre las Funciones Hiperbólicas Inversas y las Trigonométricas Inversas.....	261
8.4.	Derivadas de las Funciones Hiperbólicas Inversas	261
8.5.	Límites Indeterminados	263
8.5.1.	Reglas de L'Hopital	263
8.5.2.	Formas Indeterminadas Adicionales	268
8.6.	Derivada Simétrica	271
8.7.	Derivabilidad Absoluta	272
8.8.	Aplicaciones: Modelación Matemática.....	273
8.8.1.	Cable Colgante	273
8.8.2.	La Tractriz o Curva de Persecución	275
	Ejercicios Resueltos	279
	Ejercicios Propuestos	286
	Bibliografía	287